

INJECTION, SURJECTION, BIJECTION

© Axel

APPLICATION

f application de E dans F \Leftrightarrow chaque élément de E possède exactement une image par f dans F
 $\Leftrightarrow \forall x \in E \exists ! y \in F : y = f(x)$

FONCTION

f fonction de E dans F \Leftrightarrow chaque élément de E possède au plus une image par f dans F
 $\Leftrightarrow \forall x \in E \forall x' \in E \ x = x' \Rightarrow f(x) = f(x')$



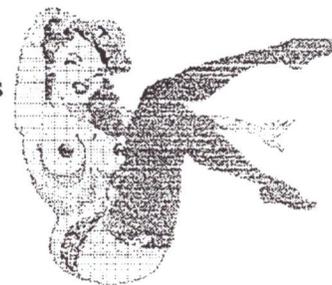
Les termes d'injection, surjection, bijection ne s'appliquent qu'à des applications ou à des fonctions.

INJECTION

f injective de E sur F \Leftrightarrow chaque élément de F possède *au plus* un antécédent par f dans E
 $\Leftrightarrow \forall x \in E \forall x' \in E \ f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$
 $\Leftrightarrow \forall x \in E \forall x' \in E \ x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$

ex. $x \rightarrow x^2$ n'est pas une injection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} car 1 possède 2 antécédents

$x \rightarrow x^2$ est une injection de \mathbb{R}^+ sur \mathbb{R}



SURJECTION

f surjective de E sur F \Leftrightarrow chaque élément de f possède *au moins* un antécédent par f dans E
 $\Leftrightarrow \forall y \in F \exists x \in E : y = f(x)$

ex. $x \rightarrow x^2$ n'est pas une surjection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} car -1 ne possède pas d'antécédent

$x \rightarrow x^2$ est une surjection de \mathbb{R} sur \mathbb{R}^+

BIJECTION

f bijective de E sur F \Leftrightarrow chaque élément de F possède *exactement* un antécédent par f dans E
 $\Leftrightarrow \forall y \in F \exists ! x \in E : y = f(x)$
 \Leftrightarrow f est à la fois une injection et une surjection de E sur F

ex. $x \rightarrow x^2$ n'est pas une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R}

$x \rightarrow x^2$ est une bijection de \mathbb{R}^+ sur \mathbb{R}^+

Un ensemble E est dit *dénombrable* s'il existe une bijection de \mathbb{N} sur E

Deux ensembles E et F sont dits *équipotents* s'il existe une bijection de E sur F

Pour les fonctions numériques seulement : f bijective de E sur F \Leftrightarrow f monotone et continue sur E