$$\sum$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

$\sum_{i=1}^{n} x_i$ se lit "somme, pour i variant de 1 à n, de x_i"

"i" est un *indice muet* : le résultat ne "parle" jamais de i,j ou p !
(on dit que le symbole sigma est un *mutificateur* .
pas un mystificateur, hein, faut pas confondre !)

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{j=1}^{n} x_j = \sum_{p=1}^{n} x_p = \dots$$

Attention à bien écrire les décalages d'indices :
("j'ajoute dedans, je retranche dehors" et inversement !)

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{j=0}^{n-1} x_{j+1} = \sum_{k=2}^{n+1} x_{k-1} = \dots$$

Règles de calcul

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i+y_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i \qquad \sum_{i=1}^{n} a x_i = a \sum_{i=1}^{n} x_i$$

(le symbole sigma est un opérateur ***linéaire***)

$$\sum_{i=1}^{n} a = na \qquad \text{en particulier : } \sum_{i=1}^{n} 1 = n$$

Attention : $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \neq \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)$!!!

Formules sommatoires

$$\sum_{k=1}^{n} k = 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

(à savoir)

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = 1+4+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

(à savoir démontrer par récurrence)

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = 1+8+\dots+n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

(curiosité arithmétique ...)

$$\sum_{k=1}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \qquad (q \neq 1)$$

(à savoir : série géométrique)

Factorisation de $a^n - b^n$

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + a^{n-p-1}b^p + \dots + b^{n-1})$ ou encore :

$$a^{n+1} - b^{n+1} = (a-b)\sum_{k=0}^{n} a^{n-k} b^k$$

Formule du binôme de Newton

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k} \qquad \sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$$

Il existe aussi un symbole "produit" :

$$\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 x_2 \dots x_n$$

ex. $n! = \prod_{k=1}^{n} k$ et $\prod_{k=1}^{n} a = a^n$

De manière générale, beaucoup de symboles s'étendent ainsi en symboles abréviatifs :

ex. $\bigcap_{i=1}^{n} E_i = E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_n$ $\bigcup_{i=1}^{n} E_i = E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n$

rem. $\sum$ *a un certain rapport avec* $\int$ *... !*