PROBABILITÉS

Une **probabilité** sur un ensemble fini Ω doit être une application de $\mathscr{P}(\Omega)$ dans $[0,1]$

Si $\omega_1, \omega_2, ..., \omega_n$ sont les événements élémentaires possibles, on doit avoir

$$\sum_{i=1}^{n} P(\omega_i) = 1$$

(égalité éventuellement implicite à écrire si besoin)

Evénement certain : $P(\Omega) = 1$

Evénement impossible : $P(\varnothing) = 0$

Pout tout événement A, on doit avoir : $0 \leqslant P(A) \leqslant 1$

Evénements équiprobables : événements qui ont la même chance de se réaliser.
(i.e. qui ont la même probabilité)

Dans ce cas, on peut appliquer :

$$P(A) = \frac{\text{card } A}{\text{card } \Omega} = \frac{\text{nombre des cas favorables à A}}{\text{nombre des cas possibles}}$$

Evénements contraires : Si $\overline{A}$ est le contraire de A, alors $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

OU	$\cup$	+

$$P(A \cup B) = \begin{cases} P(A)+P(B) & \text{si A et B sont incompatibles} \\ P(A)+P(B)-P(A \cap B) & \text{si A et B sont compatibles} \end{cases}$$

ET	$\cap$	$\times$

$$P(A \cap B) = \begin{cases} P(A)\times P(B) & \text{si A et B sont indépendants} \\ P_B(A)\times P(B) & \text{si A et B sont liés} \end{cases}$$

Deux astuces souvent utiles : $P_B(\overline{A}) = 1 - P_B(A)$ et $P(B) = P(\overline{A} \cap B) + P(A \cap B)$

Loi binomiale (ou " schéma de Bernouilli ")

Une variable aléatoire X est dite *binomiale* si elle est associée à l'execution de n épreuves indépendantes *à 2 issues possibles* que nous noterons S comme " succès " et E comme " échec ".
$\Omega = \{S, E\}$. $P(S)=p$, $P(E)=1-p$. X est l'application qui à chaque n-uplet de Ω^n associe le nombre k ($k \in \{0;1;2;...;n\}$) de succès.

$$\boxed{P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}$$

Espérance d'une loi binomiale : $\boxed{np}$

Variance d'une loi binomiale : $\boxed{np(1-p)}$