Géométrie analytique

Dans le plan $\mathbb{R}^2$

- Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si :

$$ad - bc = 0$$

- Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ sont orthogonaux si et seulement si :

$$\vec{u}.\vec{v} = ac + bd = 0$$

- Un point M est repéré par son couple de coordonnées (x, y) (**deux** contraintes)
- Une droite a *une* équation cartésienne $ax + by + c = 0$ avec $(a, b) \neq (0, 0)$ (**une** contrainte)
  Un vecteur directeur est $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ et un vecteur normal est $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.
- La droite D passant par $A\,(x_0, y_0)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ est représentée par un système de *deux* équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = x_0 + \alpha t \\ y = y_0 + \beta t \end{cases} \qquad \text{t décrivant } \mathbb{R} \qquad (\textbf{un} \text{ paramètre})$$

Dans l'espace $\mathbb{R}^3$

- Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si :

$$ae - bd = bf - ce = 0$$

- Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix}$ sont orthogonaux si et seulement si :

$$\vec{u}.\vec{v} = ad + be + cf = 0$$

- Un point M est repéré par son triplet de coordonnées (x, y, z) (**trois** contraintes)
- Une droite a un système de *deux* équations cartésiennes :

$$\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$$

  (en effet, toute droite peut être considérée comme l'intersection de deux plans) (**deux** contraintes)
- La droite D passant par $A\,(x_0, y_0, z_0)$ et dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ est représentée par un système de *trois* équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = x_0 + \alpha t \\ y = y_0 + \beta t \\ z = z_0 + \gamma t \end{cases} \qquad \text{t décrivant } \mathbb{R} \qquad (\textbf{un} \text{ paramètre})$$

- Un plan a *une* équation cartésienne $ax + by + cz + d = 0$
  avec $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ (**une** contrainte)
  Un vecteur normal est $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.
- Le plan P passant par $A\,(x_0, y_0, z_0)$ et dirigée par le couple de vecteurs non colinéaires $\vec{u}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ et $\vec{u'}\begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \\ \gamma' \end{pmatrix}$ est représenté par un système de *trois* équations paramétriques :

$$\begin{cases} x = x_0 + \alpha t + \alpha' t' \\ y = y_0 + \beta t + \beta' t' \\ z = z_0 + \gamma t + \gamma' t' \end{cases} \qquad \text{t et t' décrivant } \mathbb{R} \qquad (\textbf{deux} \text{ paramètres})$$