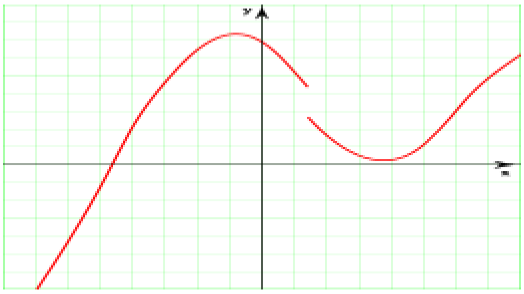
Continuité - Convexité

Continuité

Une fonction est dite *continue* sur un intervalle I si sa courbe représentative sur I peut être tracée *sans lever le crayon* (pas de « trou », pas de « saut »).

exemple : $f(x)=x^2$: *f* est continue sur $\mathbb{R}$.

contrexemple : $f(x)=\dfrac{1}{x}$ *:* *f* est continue en tout point de $\mathbb{R}$ sauf en $x=0$ *(« trou » car f n'est pas définie en 0)*



… f pas continue !

Théorème des valeurs intermédiaires

Une fonction **continue** sur $[a;b]$ atteint toutes les valeurs comprises entre *f(a) et f(b).*

Autrement dit, si f est continue sur $[a;b]$ *, l'équation* $f(x)=k$ *admet au moins une solution* α *dans* $[a;b]$ *pour tout réel k compris entre f(a) et f(b).*

Si, de plus, *f* est *monotone* sur $[a;b]$, alors cette solution α est *unique*.

Convexité

Une fonction *f* est dite convexe sur un intervalle *I* si la courbe représentative de *f* sur *I* se trouve au-dessus de toutes ses tangentes.

Théorème : une fonction *f* est convexe sur un intervalle *I* si et seulement si sa dérivée seconde $f''(x)$ reste positive sur *I*.